uOttawa

Département de
mathématiques et de statistique

MAT 1741
Automne 2026
Test 1
6 octobre
Durée: 80 minutes

Nom: _____

Numéro étudiant: _____

Signature: _____

Ce contrôle contient 10 pages et 15 questions.

Il s'agit d'un examen à livre fermé. Les calculatrices, les appareils électroniques de toute sorte et les notes de cours ne sont pas permis.

Des feuilles supplémentaires sont fournies pour le brouillon. Vous pouvez les utiliser librement, mais elles ne seront pas corrigées. **Seules les réponses inscrites dans les espaces prévus à cet effet dans ce cahier, ainsi que les réponses cochées ou encerclées aux questions vrai ou faux et à choix multiples, seront prises en compte lors de la correction.**

Pour les questions 1 à 6, aucune justification n'est requise. Pour les questions 7 à 10, **il peut y avoir plus d'une bonne réponse**; cochez **TOUTES** les réponses qui s'appliquent. Pour les questions 11 à 14, seule la réponse finale sera notée. Pour la question 15, vous devez justifier votre démarche.

Tableau des notes (à l'usage du correcteur seulement)

Question:	1	2	3	4	5	6	7	8
Points:	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1
Score:								

Question:	9	10	11	12	13	14	15	Total
Points:	1	1	1	1	1	1	4	15
Score:								

Vous pouvez utiliser les valeurs trigonométriques suivantes:

θ	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos\theta$	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$	0
$\sin\theta$	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1

Bon succès!

I. Vrai ou faux? [3 points]

Aucune justification n'est requise.

1. [½ point] Si $0 \neq z, 0 \neq w \in \mathbb{C}$, alors $\mathrm{Arg}(zw) = \mathrm{Arg}(z) + \mathrm{Arg}(w)$.
   A. Vrai B. Faux

2. [½ point] Si $z \in \mathbb{C}$ et z^2 est un nombre réel, alors z est réel ou imaginaire pur.
   A. Vrai B. Faux

3. [½ point] Si $\mathbf{0} \neq \mathbf{u}, \mathbf{0} \neq \mathbf{v}$ sont orthogonaux, alors l'angle entre $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ est $\pi/2$.
   A. Vrai B. Faux

4. [½ point] Soient $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$, avec $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$. Si $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{w}$, alors $\mathbf{v} = \mathbf{w}$.
   A. Vrai B. Faux

5. [½ point] Si les vecteurs directeurs de deux droites de $\mathbb{R}^3$ sont orthogonaux, alors les deux droites se coupent à angle droit.
   A. Vrai B. Faux

6. [½ point] Si deux plans distincts de $\mathbb{R}^3$ sont tous les deux perpendiculaires à un même plan, alors ils sont parallèles.
   A. Vrai B. Faux

II. Questions à choix multiples [4 points]

Attention: pour les questions 7 à 10, **il peut y avoir plus d'une bonne réponse**. Cochez **TOUTES** les réponses qui s'appliquent.

7. [1 point] Laquelle des expressions suivantes est la forme polaire, avec $-\pi < \theta \leq \pi$, de

$$(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)(\sqrt{3} + i)?$$

◯ $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$
◯ $4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$
◯ $4\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$
◯ $8\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$

8. [1 point] Pour quelles valeurs de k les vecteurs

$$(k, k, 1) \qquad \text{et} \qquad (k, 4, 3)$$

sont-ils orthogonaux?

◯ -1 ◯ -3 ◯ 1 ◯ 3

9. [1 point] Considérez le plan

$$P : 2x - y + 2z = 3$$

et la droite

$$L : \quad (x, y, z) = (1, 1, 1) + t(2, -1, 2), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Lesquels des énoncés suivants sont vrais?

◯ Le vecteur $(2, -1, 2)$ est normal au plan P.
◯ La droite L est parallèle au plan P.
◯ La droite L est perpendiculaire au plan P.
◯ La droite L est contenue dans le plan P.

10. [1 point] Soient

$$\mathbf{u} = (1, 1, 0) \qquad \text{et} \qquad \mathbf{v} = (1, 0, 1).$$

Lesquels des énoncés suivants sont vrais?

◯ $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 1$.
◯ $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (1, -1, -1)$.
◯ L'aire du parallélogramme déterminé par $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ est $\sqrt{3}$.
◯ Les vecteurs $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ sont orthogonaux.

III. Questions à réponse courte [4 points]

Seule la réponse finale sera notée.

11. [1 point] Exprimez $\dfrac{4+2i}{1-i}$ sous la forme $a+bi$.

Réponse:

12. [1 point] Décomposez $\mathbf{u} = (2,-1,1)$ sous la forme

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\parallel} + \mathbf{u}_{\perp},$$

où $\mathbf{u}_{\parallel}$ est parallèle à $\mathbf{v} = (1,1,0)$ et $\mathbf{u}_{\perp}$ est orthogonal à $\mathbf{v}$.

Réponse:

13. [1 point] Trouvez une équation cartésienne du plan qui passe par le point $(2,1,-1)$ et qui est perpendiculaire à la droite

$$x = 1+2t, \qquad y = 3-t, \qquad z = -2+2t, \qquad t \in \mathbb{R}.$$

Réponse:

14. [1 point] Trouvez le point d'intersection de la droite

$$x = 1+2t, \qquad y = 2-t, \qquad z = -1+t, \qquad t \in \mathbb{R},$$

et du plan

$$x - y + 2z = 2.$$

Réponse:

IV. Question à développement [4 points]

15. Considérez les trois points

$$A = (1, 0, 0), \qquad B = (1, 1, 1), \qquad C = (0, 1, 0).$$

(a) [2 point] Trouvez une équation cartésienne du plan P passant par A, B et C. Justifiez votre démarche.

(b) [2 point] Soit $D = (3, 1, 0)$. Trouvez le point du plan P qui est le plus proche de D, ainsi que la distance entre D et le plan P. Justifiez votre démarche.

Espace de travail additionnel

Espace de travail additionnel

Espace de travail additionnel

Espace de travail additionnel